

ケプラーの第3法則からのズレ

中嶋 慧

November 3, 2020

1 ケプラーの第3法則

質量 M の星の周りを質量 m の星が周っていて、他に星がないなら、

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) \quad (1.1)$$

である。ここで、 a は長半径で、 T は公転周期である。

太陽質量は、 $M = 1.9891 \times 10^{30}$ kg である。また、 $G = 6.67430 \times 10^{-11}$ m³kg⁻¹s⁻² である。以下、

$$k := \frac{a^3}{T^2}, \quad (1.2)$$

$$k_0 := \frac{GM}{4\pi^2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) = 1.00034 \text{ au}^3/\text{恒星年}^2 \times \left(1 + \frac{m}{M}\right) \quad (1.3)$$

とする。恒星年 = 365.2564 日である。

木星質量 / 太陽質量が 0.001 程度であるので、 $\delta := |1 - k/k_0|$ は 0.001 程度以下だと思われる。土星の a は新しいデータでは 9.5826 au である。よって、0.3% 程度の誤差があり、 a^3 には 0.9% 程度の誤差がある。

Table 1: 太陽系データ

惑星	a/au	$T/\text{恒星年}$	m/M	$k/(\text{au}^3/\text{恒星年}^2)$	k/k_0
水星	0.3871	0.24085	1.66×10^{-7}	0.99995	0.99960
金星	0.7233	0.61520	2.448×10^{-6}	0.99982	0.99948
地球	1	1.00002	3.0404×10^{-6}	0.99996	0.99961
火星	1.5237	1.88085	3.227×10^{-7}	0.99998	0.99963
木星	5.2044	11.8620	0.95479×10^{-3}	1.00183	1.00053
土星	9.5549	29.4572	2.859×10^{-4}	1.00530	1.00467
天王星	19.201	84.011	4.366×10^{-5}	1.00300	1.00261
海王星	30.047	164.790	5.151×10^{-5}	0.99895	0.99855
冥王星	39.445	247.740	0.655×10^{-8}	0.99996	0.99962